**EXERCICES Logique**

I Soit E l’ensemble des nombres entiers compris – 3 et 5 (au sens large).

1. Définir E par la liste de ses éléments.
2. Compléter avec ∈, ∉, ⊂, ⊄ les phrases suivantes :

5…. ℕ , -4….E , 6….E , E..… ℤ , E…. ℕ, E…..{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 }.

1. Soit F l’ensemble des entiers naturels multiples de 3 inférieurs à 10. F est-il inclus dans E ?

II Soit 𝓕 l’ensemble des fonctions affines.

On considère les fonctions f et g définies sur |R par f() = - 2𝑥 +3 et g(𝑥) = 𝑥² +2𝑥 + 1.

Compléter avec le symbole qui convient : f …… 𝓕, g ……𝓕.

III Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

5 ⊂ ]1 ; +[ 1 ∈ ]1 ; +∞[ [ - 2 ;3[ ⊂ ]1 ; +∞[ .

IV Dans chacun des cas suivants, déterminer I J et I J.

1. I = [2 ; 5,5] J =]1 ; 3]
2. I =]- 1 ; + ∞[ J = ] – 2 ; 3]
3. I =]-∞ ; -1] J =] -1 ; + ∞ [

V Dans chacun des cas suivants, écrire les ensembles suivants sous la forme d’une réunion ou d’une intersectiond’intervalles.

1. L’ensemble des réels strictement supérieurs à 2 et inférieurs à -3.
2. L’ensemble des réels 𝑥 tels que 𝑥 >1 ou 𝑥 - 2.

VI Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

1. est un entier naturel.
2. est une fraction irréductible.

VII Compléter les phrases suivantes soit avec « et » soit avec « ou ».

1. 1, 4, 5, 8, 9,11, 15 sont des entiers impairs…….inférieurs à10.
2. 2, 3, 6, 18 sont des entiers multiples de 3…….inférieurs à 10.
3. 6, 12,18 sont des entiers divisibles par3….par 2.

VIII Ecrire la négation des propositions suivantes.

1. Ce chat est blanc.
2. f est la fonction nulle.
3. ABCD est un carré.
4. 𝑥² > 4 et x positif (𝑥 désigne un réel).
5. ‘’ ‘’
6. ‘’ ‘’
7. ou ‘’ ‘’

IX Les implications suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

A, B sont deux points distincts du plan et désigne un réel

1. Si un quadrilatère est un losange alors ses diagonales ont des supports perpendiculaires.
2. IA = IB ⇒ I est le milieu de [AB].
3. Si les diagonales d’un quadrilatère ont même longueur alors ce quadrilatère est un rectangle.
4. ² > 4 > 2.
5. Si 2 alors 4.
6. Si > 3 alors > 2.
7. ⇒ 2 < < 5.

X Pour chacune des implications suivantes, écrire sa négation, sa contraposée, sa réciproque .Préciser celles qui sont vraies, celles qui sont fausses. A, B,C,D sont des points distincts du plan, M est un point quelconque du plan, 𝑥 désigne un réel quelconque et n un entier naturel quelconque.

1. Si M ∈ 𝓒 (O,R) alors OM = R (R désigne un réel positif).
2. ABC rectangle en A ⇒ BC² = AC² +AB².
3. 𝑥 > 1 ⇒ 𝑥² > 1.
4. Si ABCD est un losange alors [AC] et [BD] ont même milieu et (AC) et (BD) sont perpendiculaires.
5. Si n est un entier naturel pair alors n² est un entier naturel pair.
6. Si n a pour chiffre des unités 5 alors n est divisible par 5.
7. Si M appartient au cercle de diamètre [AB] alors AMB est rectangle en M.
8. AB = AC ⇒ A ∈ (d) avec (d) médiatrice de [BC].

XI Compléter avec «  ⇒ » ou «  ⇔ » de telle sorte que les propositions soient vraies. A,B,C ,D sont des points distincts du plan, 𝑥 désigne un réel quelconque et n un entier quelconque.

1. n est divisible par 4…………….n est pair.
2. 𝑥² = 3…………………… 𝑥= ou 𝑥 = .
3. 𝑥 - 3……………………𝑥² 9.
4. ABCD parallélogramme avec (AC) ⊥ (BD)………….ABCD losange.
5. = …………. parallélogramme.
6. F milieu de [AC]…………..FA = FC.
7. BC = BA…………….B point de la médiatrice de [AC].

XII Ecrire avec les quantificateurs les propositions suivantes.

1. f est l’identité sur ℝ.
2. f est strictement croissante sur ℝ.
3. la représentation graphique de f coupe la droite d’équation

y = 𝑥.

1. l’équation f(𝑥) = 3 admet au moins une solution dans ℝ.
2. f n’est pas l’identité sur ℝ.
3. f n’est pas la fonction nulle sur ℝ.
4. la fonction carré est strictement croissante sur .
5. (𝑥 +1)² = 𝑥² + 2𝑥 +1.

XIII Compléter par ⇔ ou ⇒ ou rien :

désignent des réels, A,B,C ,D sont des points distincts du plan.

1) ……………… .

2) ……………..  .

3) …………….. .

4) ……………… .

5) …………………. ou .

6) ……………….. .

7) ……………….. .

8) ……………….. .

………………….. .

10)ABC triangle et et médiane de ABC …………………… milieu de .

11) avec 𝒞 cercle de diamètre ………………. .

12) ………………… .

13) ………………….. ABCD parallélogramme.

14)ABCD quadrilatère tel que ……………………. ABCD parallélogramme.

15)ABC triangle rectangle en A ………………. .

XIV Compléter, si nécessaire, afin que les propositions (P) et (Q) soient équivalentes  sachant que sont des réels quelconques.

1. (P) : (Q) :
2. (P) : (Q) :
3. (P) : (Q) :